

如何正确运用 χ^2 检验——Wald's 检验与 SAS 实现

胡纯严¹, 胡良平^{1,2*}

(1. 军事科学院研究生院, 北京 100850;

2. 世界中医药学会联合会临床科研统计学专业委员会, 北京 100029

*通信作者: 胡良平, E-mail: lphu927@163.com)

【摘要】 本文目的是介绍 Wald's 检验与 SAS 实现。具体内容涉及以下 9 个方面, 即一般 Wald's 检验、稳健 Wald's 检验、约束 Wald's χ^2 检验、广义 Wald's 检验、广义 Wald's 对数线性检验、Wald's F 检验、Wald's 校正 F 检验、Wald's 对数线性 F 检验和校正 Wald's 对数线性 F 检验。本文通过两个实例并借助 SAS 软件, 实现前述提及的大多数 Wald's 检验。

【关键词】 Wald's 检验; 稳健 Wald's 检验; Wald's 约束 χ^2 检验; 广义 Wald's 检验; χ^2 分布

中图分类号: R195.1

文献标识码: A

doi: 10.11886/scjsws20211110008

How to use χ^2 test correctly—the Wald's test and the implementation of SAS software

Hu Chunyan¹, Hu Liangping^{1,2*}

(1. Graduate School, Academy of Military Sciences PLA China, Beijing 100850, China;

2. Specialty Committee of Clinical Scientific Research Statistics of World Federation of Chinese Medicine Societies, Beijing 100029, China

*Corresponding author: Hu Liangping, E-mail: lphu927@163.com)

【Abstract】 The purpose of this article was to introduce the Wald's test and the SAS implementation. The specific contents involved the following nine aspects, namely the general Wald's test, the robust Wald's test, the constrained Wald's χ^2 test, the generalized Wald's test, the generalized Wald's log-linear test, the Wald's F test, the Wald's adjusted F test, the Wald's log-linear F test and the adjusted Wald's log-linear F test. The paper used two examples and the SAS software to achieve most of the Wald's tests mentioned above.

【Keywords】 Wald's test; Robust Wald's test; Wald's constrained χ^2 test; Generalized Wald's test; χ^2 distribution

在构建广义线性回归模型、Cox 比例和非比例风险回归模型的过程中, 常涉及参数的检验问题, 例如: 检验部分或全部回归系数是否为 0; 还会涉及前述提及的各种情形下回归系数的区间估计问题; 在处理复杂抽样设计定性资料时, 可能会涉及一维频数分布表资料和二维频数分布表资料的独立性假设检验问题。本文介绍解决前述提及的三类问题所需要的 Wald's 检验及其 SAS 实现。

1 Wald's 检验统计量的种类

1.1 一般 Wald's 检验统计量和稳健 Wald's 检验统计量

设 logistic 回归模型中只有一个自变量, 则检验回归系数 β 是否为 0, 可用以下两个公式^[1-3]之一:

$$Z = \frac{\hat{\beta}}{SE_{\hat{\beta}}} \sim N(0, 1) \quad (1)$$

$$W = \left(\frac{\hat{\beta}}{SE_{\hat{\beta}}} \right)^2 \sim \chi_1^2 \quad (2)$$

在式(1)和式(2)中, $\hat{\beta}$ 是 β 的最大似然估计值, 可表示为 $\hat{\beta}_{mle}$, 简化表达成 $\hat{\beta}$; $SE_{\hat{\beta}}$ 为 $\hat{\beta}$ 的标准误, $SE_{\hat{\beta}}^2 = I^{-1}(\hat{\beta}) = I^{-1} \left[-\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta^2} \right]$, 此处 $I(\cdot)$ 为信息矩阵, $l(\beta)$ 为对数似然函数; Z 服从标准正态分布, W 服从自由度 $df=1$ 的 χ^2 分布。

设 logistic 回归模型中的回归系数向量 β 具有 K 个分量, 在 SAS/STAT 的 PHREG 过程中, 给出的 5 个检验统计量 (即似然比检验统计量、一般评分检验统计量、Wald's 检验统计量、稳健评分检验统计量和稳健 Wald's 检验统计量) 都服从自由度 $df=K$ 的 χ^2 分布。这 5 种检验都可以用于检验回归模型中全部回归系数是否都等于 0, 即 $H_0: \beta=0$ 。其中, 一般 Wald's 检验统计量和稳健 Wald's 检验统计量的定义^[4-5]如下:

$$\chi_w^2 = \hat{\beta}' \left[\frac{\partial^2 l(\hat{\beta})}{\partial \beta^2} \right] \hat{\beta} \quad (3)$$

$$\chi_{Rw}^2 = \hat{\beta}' \left[\hat{V}_s(\hat{\beta}) \right]^{-1} \hat{\beta} \quad (4)$$

在式(4)中, $\hat{V}_s(\beta)$ 是稳健中间方差估计量[见下面的式(5)], 其计算过程如下: 对于第 $i(i=1, 2, \dots, n)$ 个受试者, 让 X_i, w_i 和 $Z_i(t)$ 分别代表观测时间、权重和在时刻 t 的协变量向量; 让 Δ_i 代表事件指示变量; 让 $Y_i(t) = I(X_i \geq t)$; 让 $\bar{Z}(\beta, t) = \frac{S^1(\beta, t)}{S^0(\beta, t)}$; 让 $S^{(r)}(\beta, t) = \sum_{i=1}^n w_i Y_i(t) e^{\beta' Z_i(t)} Z_i^{(r)}(t), r = 0, 1$ 。于是, 第 $i(i=1, 2, \dots, n)$ 个受试者的评分残差定义如下:

$$L_i(\beta) = \Delta_i [Z_i(X_i) - \bar{Z}(\beta, X_i)] - \sum_{j=1}^n \Delta_j \frac{w_j Y_j(X_j) e^{\beta' Z_j(X_j)}}{S^0(\beta, X_j)} [Z_j(X_j) - \bar{Z}(\beta, j)]$$

Binder 于 1992 年将权重整合到分析之中, 推导出 $\hat{\beta}$ 的稳健中间方差估计量:

$$\hat{V}_s(\hat{\beta}) = I^{-1}(\hat{\beta}) \left\{ \sum_{i=1}^n [w_i L_i(\hat{\beta})]^{\otimes 2} \right\} I^{-1}(\hat{\beta}) \quad (5)$$

式(5)中, $I(\hat{\beta})$ 是观测的信息矩阵, $a^{\otimes 2} = aa'$ 。

注意: 当 $w_i=1, \hat{V}_s(\hat{\beta}) = D'D$, 此处, D 是 DFBETA 残差矩阵(说明: DFBETA 变量与回归分析资料中每一个观测有关, 它是用来度量每个观测对回归系数影响大小的一个差量 $\delta \hat{\beta}_i = \hat{\beta} - \hat{\beta}_{(i)}$, 其中 $\hat{\beta}$ 是全部观测所对应的回归系数或回归系数向量, 而 $\hat{\beta}_{(i)}$ 是第 i 个观测不在回归模型中所对应的回归系数或回归系数向量)。

【说明】Wald's 检验统计量可用于检验单个回归系数或全部回归系数是否为 0; 可用于检验已进入回归模型中的自变量是否可以被删除; 还可用于估计回归系数的置信区间。

1.2 约束 Wald's χ^2 检验

关于回归系数 β 的线性假设可以表述如下:

$$H_0: L\beta = c \quad (6)$$

式(6)中, L 是线性假设的系数矩阵; c 是常数向量; 回归系数 β 的向量包含斜率参数和截距参数。与检验假设 H_0 对应的约束 Wald's χ^2 检验统计量见式(7):

$$\chi_w^2 = (L\hat{\beta} - c)' [L\hat{V}(\hat{\beta})L']^{-1} (L\hat{\beta} - c) \sim \chi_{df}^2 \quad (7)$$

式(7)中, $\hat{V}(\hat{\beta})$ 是估计的协方差矩阵; 自由度 $df=L$ 的秩; χ_w^2 服从自由度为 df 的渐近 F 分布。 $\hat{V}(\hat{\beta})$

可以是基于模型的协方差矩阵 $\left[-\frac{\partial^2 l(\hat{\beta})}{\partial \beta^2} \right]^{-1}$ 或者是

稳健中间协方差矩阵 $\hat{V}_s(\hat{\beta})$ [参见前面的式(5)]。

【说明】当取常数向量 $c=0$ 时, 此检验方法可用于检验回归模型中参数是否为 0。

1.3 广义 Wald's 检验统计量与广义 Wald's 对数线性检验统计量

1.3.1 概述

在 SAS/STAT 的 SURVEYFREQ 过程中, 针对复杂抽样设计(包括整群抽样和分层抽样)频数资料, 有两种检验二维列联表资料中行、列两变量之间独立性假设的新方法, 即广义 Wald's χ^2 检验与广义 Wald's 对数线性 χ^2 检验。其中, 广义 Wald's χ^2 检验法是基于加权观察频数与加权期望频数之差量构造出来的; 而广义 Wald's 对数线性 χ^2 检验法是基于对数优势比构造出来的。在构造这两种检验方法的过程中, 都将复杂抽样设计考虑在内。在大样本条件下, 前述提及的两种检验统计量均服从自由度 $df=(R-1)(C-1)$ 的 χ^2 分布。然而, 依据实际的显著性水平和检验效能来考量, 前述提及的两种检验方法已显示出较差的表现, 特别是对于具有大的格频数或相对较小群数的二维列联表资料更是如此。为此, 有多位统计学家提出了改进的建议, 即采用 F 检验(用于 2×2 列联表资料)和校正 F 检验(用于非 2×2 列联表资料)。 F 检验和校正 F 检验比前述提及的两种 χ^2 检验更稳定^[4]。

1.3.2 广义 Wald's χ^2 检验统计量

在二维列联表资料中行、列两变量之间独立性假设成立的条件下, 期望格频数的计算方法如下:

$$E_{rc} = \frac{\hat{N}_r \times \hat{N}_c}{\hat{N}} \quad (8)$$

式(8)中, \hat{N}_r 与 \hat{N}_c 分别代表第 r 行与第 c 列上估计的频数, \hat{N} 代表估计的总频数。总体加权频数等于期望频数的无效假设, 可以采用下式表达:

$$H_0: Y_{rc} = N_{rc} - E_{rc} = 0 \quad (9)$$

式(9)中, $r=1, 2, \dots, (R-1), c=1, 2, \dots, (C-1)$ 。于是, 广义 Wald's 检验统计量的定义见下式:

$$Q_w = \hat{Y}' [H\hat{V}(\hat{N})H']^{-1} \hat{Y} \sim \chi_{df}^2, df=(R-1)(C-1) \quad (10)$$

式(10)中, \hat{Y} 是由 $(R-1)(C-1)$ 个观察加权频数与期望加权频数之差量 $(\hat{N}_{rc} - E_{rc})$ 组成的数组, $H\hat{V}(\hat{N})H'$ 是 \hat{Y} 的方差的估计值, $\hat{V}(\hat{N})$ 是 \hat{N}_{rc} 估计值的协方差矩阵。在 SAS/STAT 的 SURVEYFREQ 过程中, 方差估计方法共有 6 种, 即台劳级数方差估计量、

复制方差估计量、自助法、平衡重复复制(BBR)法、Fay's BBR 法和刀切法^[4],因篇幅所限,此处从略。 H 是一个 $Q \times P$ 阶矩阵,其中, $Q=(R-1)(C-1)$, $P=R \times C$ 。 H 矩阵的元素为 \hat{Y} 的元素关于 \hat{N} 的元素的偏导数。

1.3.3 广义 Wald's 对数线性 χ^2 检验统计量

对于 R 行 C 列的二维列联表资料,广义 Wald's 对数线性检验基于一个 $(R-1)(C-1)$ 维的数组导出,其元素 \hat{Y}_{rc} 定义如下:

$$\hat{Y}_{rc} = \log \hat{N}_{rc} - \log \hat{N}_{r\cdot} - \log \hat{N}_{\cdot c} + \log \hat{N}_{RC} \quad (11)$$

式(11)中, \hat{N}_{rc} 是二维表中第 (r,c) 格上被估计的总频数。行与列变量之间的独立性假设可采用下式来表达:

$$H_0: Y_{rc} = 0 \quad (12)$$

式(12)中, $r=1,2,\dots,(R-1),c=1,2,\dots,(C-1)$ 。于是,广义 Wald's 对数线性检验统计量的定义见下式:

$$Q_L = \hat{Y}' [\hat{V}(\hat{Y})]^{-1} \hat{Y} \sim \chi^2_{df}, df=(R-1)(C-1) \quad (13)$$

式(13)中, \hat{Y} 是 \hat{Y}_{rc} 的 $(R-1)(C-1)$ 维的数组, $\hat{V}(\hat{Y})$ 是 \hat{Y} 的方差估计值,其计算见下式:

$$\hat{V}(\hat{Y}) = AD^{-1}\hat{V}(\hat{N})D^{-1}A' \quad (14)$$

式(14)中, $\hat{V}(\hat{N})$ 是估计量 \hat{N}_{rc} 的协方差矩阵; D 是一个对角矩阵,其对角线上的元素为估计的总数 \hat{N}_{rc} ; A 是一个 $Q \times P$ 阶矩阵,其中, $Q=(R-1)(C-1)$, $P=RC \times RC$ 。

1.3.4 Wald's F 检验统计量与 Wald's 校正 F 检验统计量

基于公式(10)得到 Wald's F 检验统计量见式(15):

$$F_w = \frac{Q_w}{(R-1)(C-1)} \sim F_{(df_1, df_2)} \quad (15)$$

式(15)中, F_w 服从分子自由度 $df_1=(R-1)(C-1)$ 、分母自由度为 df_2 的 F 分布。

对于大于 2×2 表的二维列联表资料,需要计算校正的 F 检验统计量。基于公式(10)得到 Wald's 校正 F 检验统计量见式(16):

$$F_{\text{ADJ-W}} = \frac{Q_w(s-k+1)}{k \times s} \sim F_{(df_1, df_2)} \quad (16)$$

式(16)中, $k=df_1=(R-1)(C-1),s=df_2$ 。

上面提及的 df_2 的取值与抽样设计和方差估计方法有关。如果采用台劳级数法估计方差, df_2 =群数-层数;如果没有群数, df_2 =观测数-层数;若不是分层设计, df_2 =群数-1。如果采用复制法估计方差, df_2 =复制数。如果采用 BBR 法估计方差, df_2 =层数。如果采用自助法和刀切法估计方差, df_2 =群数-层数;如果没有群数, df_2 =观测数-层数;若不是分层设计, df_2 =群数-1。

1.3.5 Wald's 对数线性 F 检验统计量与校正 Wald's 对数线性 F 检验统计量

基于公式(13)得到 Wald's 对数线性 F 检验统计量见式(17):

$$F_L = \frac{Q_L}{(R-1)(C-1)} \sim F_{(df_1, df_2)} \quad (17)$$

基于公式(13)得到校正 Wald's 对数线性 F 检验统计量见式(18):

$$F_{\text{ADJ-L}} = \frac{Q_L(s-k+1)}{k \times s} \sim F_{(df_1, df_2)} \quad (18)$$

在式(17)和式(18)中,有关变量或符号的含义与式(15)和式(16)后面的解释完全相同,此处从略。

2 实例与 SAS 实现

2.1 问题与数据

【例1】为研究2型糖尿病患病的危险因素,某研究者随机选取某市社区常见慢性非传染性疾病的筛查中检出的2型糖尿病患者113例,同时在社区随机选取120名正常人,收集他们的相关资料,包括年龄(岁),性别(0=男性,1=女性),吸烟情况(0=不吸烟,1=吸烟),饮酒情况(0=不饮酒,1=饮酒),2型糖尿病(MD)家族史(0=无,1=有),动脉粥样硬化血栓形成(AT)家族史(0=无,1=有),收缩压(mmHg)、舒张压(mmHg)。用1和0分别表示患与未患2型糖尿病。表1列出了部分研究对象的资料^[6]。试采用合适的方法分析哪些因素易导致受试对象患2型糖尿病。

表1 2型糖尿病相关危险因素的调查资料

编号	性别	年龄(岁)	是否吸烟	是否饮酒	MD家族史	AT家族史	收缩压(mmHg)	舒张压(mmHg)	是否患病
1	0	70	0	0	0	1	135	70	1
2	0	48	1	1	0	0	130	70	1
...
232	0	33	0	0	0	0	120	80	0
233	1	38	0	0	0	0	118	80	0

【例2】文献[4]提供了一个关于学生信息系统(SIS)的顾客满意度调查资料。这次抽样调查的抽样设计是两阶段分层随机抽样设计。在第1阶段的各层中,根据学校的规模,采用按比例和无放回的概率抽样方式抽取学校。从每一个被抽取的学校中,随机抽取5名工作人员(包括3名教师以及2名管理者或指导者)完成SIS满意度问卷调查。SAS数据集 *SIS_Survey* 包含抽样结果和数据分析所需要的抽样设计信息。主要变量及含义如下:

Response(结果变量,即对SIS的满意程度):很 不满意、不满意、中立、满意、很满意;State(州):乔治亚州、美国南卡罗来纳州、美国北卡罗来纳州;Newuser(用户类型):新用户、续用用户;School(学校):第1阶段的抽样单位;SamplingWeight(抽样权重):基于每个抽样阶段来计算并根据是否缺失数据进行调整;SchoolType(学校类型):高中、初中;Department(部门):教师、管理者或指导者。其中,State(州)和Newuser(用户类型)是两个分层因素,共形成6层;School(学校)是群,共抽取了370个群。总样本含量为 $370 \times 5 = 1850$ 人。

基于此资料进行以下两种分析:①试分析Response(结果变量,即对SIS的满意程度)的频数分布;②试分析SchoolType(学校类型)与Response(结果变量,即对SIS的满意程度)两变量之间是否互相独立。

2.2 SAS实现

2.2.1 分析例1资料所需的SAS程序

【分析与解答】设所需要的SAS程序如下:

```
data abc;
infile 'D:\MXWTTJXS\prg35_3. dat';
input X1-X8 Y;
run;
proc logistic data=abc descending;
model Y=X1-X8/cl stepwise sle=0.5 sls=0.02;
run;
```

【程序说明】因本例中的数据很多,以文本格式存储在D盘文件夹MXWTTJXS中,数据文件名 为prg35_3. dat;model语句中的选项“sle=0.5 sls=0.02”是为了演示SAS软件在逐步回归分析过程中的具体表现,即选变量进入回归方程采用的是评分检验;而从回归模型中删除自变量采用的是Wald's检验。同时,还可以看到:检验回归模型中

全部自变量的回归系数同时为0时,采用了3种检验方法,包括似然比检验、评分检验和Wald's检验;估计回归系数的置信区间采用的是Wald's检验。

【SAS输出结果及解释】

检验全局原假设: BETA=0			
检验	卡方	自由度	Pr>卡方
似然比	20.8771	3	0.0001
评分	19.9361	3	0.0002
Wald	18.1884	3	0.0004

以上输出的是采用3种检验方法检验回归模型中3个回归系数同时为0的检验结果,因P值都小于0.05,说明3个自变量对因变量的影响都具有统计学意义,应该保留在回归模型中。

【说明】因篇幅所限,上面仅呈现了部分与Wald's检验有关的输出结果,故不适合给出统计结论和专业结论。

2.2.2 分析例2资料中第1个问题所需的SAS程序

【分析与解答】设所需要的SAS程序如下:

```
proc surveyfreq data=SIS_Survey nosummary;
tables Response / clwt nopct chisq plots=WtFreq-
Plot;
strata State NewUser;
cluster School;
weight SamplingWeight;
run;
/* One-Way Frequency Table
Confidence Limits for Percentages
Rao-Scott Chi-Square Goodness-of-Fit Test --*/
ods graphics on;
proc surveyfreq data=SIS_Survey nosummary;
tables Response / clwt nopct chisq
plots=WtFreqPlot;
strata State NewUser;
cluster School;
weight SamplingWeight;
run;
```

【程序说明】tables语句中指定结果变量;strata语句中指定分层变量;cluster语句中指定群变量;weight语句中指定权重变量。第1个过程步产生单因素(这里实际上是定性的结果变量Response)频数分布表;第2个过程步是采用Rao-Scott's χ^2 检验

进行拟合优度检验。

【SAS输出结果及解释】

Rao-Scott 卡方检验	
Pearson 卡方	251.8105
设计校正	2.0916
Rao-Scott 卡方	120.3889
自由度	4
Pr>卡方	<0.0001
F 值	30.0972
分子自由度	4
分母自由度	1456
Pr>F	<0.0001

样本大小=1850

以上输出的是拟合优度检验的结果。

【统计结论与专业结论】拟合优度检验的结果为 $P < 0.0001$, 说明评价结果(Response) 5 个档次中的频数不等, “中立”的频数最高, “很满意”的频数最低。

2.2.3 分析例2资料中第2个问题所需的SAS程序

【分析与解答】设所需要的SAS程序如下:

```

/* Two-Way Crosstabulation Table -----*/
proc surveyfreq data=SIS_Survey nosummary;
tables SchoolType * Response /
plots=wtfreqplot (type=dot scale=percent groupby
=row);
strata State NewUser;
cluster School;
weight SamplingWeight;
run;
ods graphics off;
/* Two-Way Crosstabulation Table
Row Percentages
Rao-Scott Chi-Square Test -----*/
proc surveyfreq data=SIS_Survey nosummary;
tables SchoolType * Response / row nowt chisq
wchisq;
strata State NewUser;
cluster School;
weight SamplingWeight;
run;

```

【SAS输出结果及解释】

Rao-Scott 卡方检验

Pearson 卡方	18.7829
设计校正	2.0766
Rao-Scott 卡方	9.0450
自由度	4
Pr>卡方	0.0600
F 值	2.2613
分子自由度	4
分母自由度	1456
Pr>F	0.0605

样本大小=1850

以上输出的是采用 Rao-Scott's χ^2 检验法对 SchoolType(学校类型)与 Response(结果变量,即对 SIS 的满意程度)两变量之间互相独立假设的检验结果。因 $P > 0.05$, 说明两变量之间的独立性假设成立,即两种学校类型下评价结果的频数分布基本相同。

【说明】Rao-Scott's χ^2 检验法是校正设计后的 Pearson's χ^2 检验法,因篇幅所限,该方法的计算公式从略,可参阅文献[4]。

【统计结论与专业结论】对学生信息系统(SIS)的评价结果不会随着学校类型的改变而改变,也就是说,各类学校给出的评价结果 5 种档次的频数分布与前面所呈现的“单变量频数分布”的结果(即全部被调查对象给出的评价结果)基本一致。

3 讨论与小结

3.1 讨论

Wald's 检验的应用场合比较多,不仅在广义线性回归模型的构建过程中的多个环节(例如:在检验全部回归系数是否为 0、从回归模型中是否需要剔除某些自变量、求回归系数和优势比的置信区间等)上发挥了重要作用,而且在分析复杂抽样调查所得到的定性资料^[7-10]方面,也起着不可或缺的作用。然而,在以下两种场合下,Wald's 检验不如似然比检验的效果好^[1]:情形一,样本含量较小;情形二,回归系数的绝对值很大。

3.2 小结

本文介绍了广泛应用于定性资料统计分析的一类假设检验方法,即 Wald's 检验。在定性资料和生存资料的回归分析中,常用的 Wald's 检验有:一

般 Wald's 检验、稳健 Wald's 检验和 Wald's 约束 χ^2 检验;而在复杂抽样调查定性资料的独立性检验中,常用的 Wald's 检验有:广义 Wald's 检验、广义 Wald's 对数线性检验、Wald's F 检验、Wald's 校正 F 检验、Wald's 对数线性 F 检验和校正 Wald's 对数线性 F 检验。本文结合两个实例并借助 SAS 软件,实现了前述提及的大多数检验。

参考文献

- [1] 王济川, 郭志刚. Logistic 回归模型: 方法与应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 123-144, 237-262.
- [2] 茆诗松. 统计手册[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 996-1004.
- [3] Armitage P, Colton T. Encyclopedia of biostatistics[M]. 2nd edition. John Wiley & Sons, Inc, 2005: 3027-3039, 4605-4607, 4658-4659.
- [4] SAS Institute Inc. SAS/STAT[®]15.1 user's guide[M]. Cary, NC: SAS Institute Inc, 2018: 3405-3608, 5749-6006, 7223-7490, 7991-8092, 9461-9578.
- [5] 邵军. Mathematical Statistics[M]. 2 版. 北京: 世界图书出版公司, 2009: 393-470.
- [6] 胡良平. 面向问题的统计学: (2)多因素设计与线性模型分析[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2012: 418-432.
- [7] 崔壮, 胡良平. 复杂调查资料的特点与统计分析方法概述[J]. 四川精神卫生, 2017, 30(5): 410-414.
- [8] 刘媛媛, 李长平, 胡良平. 复杂抽样调查设计多值名义资料—水平多重 Logistic 回归分析[J]. 四川精神卫生, 2019, 32(6): 490-494.
- [9] 王慧, 李长平, 胡良平. 复杂抽样调查设计多值有序资料—水平多重 Logistic 回归分析[J]. 四川精神卫生, 2019, 32(5): 400-405.
- [10] 王娇, 李长平, 胡良平. 复杂抽样调查设计二值资料—水平多重 Logistic 回归分析[J]. 四川精神卫生, 2019, 32(5): 385-389.

(收稿日期:2021-11-10)

(本文编辑:戴浩然)